Lineáris kevert modellek

Ismételt méréses varianciaanalízis

A nyelvészeti kísérletekben egy személytől szinte mindig többféle információt szokás begyűjteni $\rightarrow$ ismételt méréses módszerek.

Ismert módszer az ismételt méréses ANOVA, ahol a független változók közötti összefüggést egy *within-subjects* faktoron, azaz belső tényezőn belül vizsgáljuk: futóteljesítmény reggel, délben és este egyazon személynél mérve.

Előfeltétel: szfericitás, azaz a feltételek függetlensége. Bármely két feltétel közötti összefüggésnek azonosnak kell lennie bármely másik két feltétel közötti összefüggéssel, pl. reggel és délben mért teljesítmény különbségeinek varianciája azonos a délben és este, valamint a reggel és este mért teljesítmények különbségeinek varianciájával.

Sok kutatási kérdésnél eleve nem várjuk a különbségek varianciájának azonosságát, például a kontrollfeltételként használt tényezőknél.

Szfericitást nem elváró alternatívák: ismételt méréses MANOVA (többváltozós ANOVA), kevert modellek.

A kevert modellek előnyei

- Egynél több belső tényező, itt: random hatás (pl. kísérleti személy és stimulus).
- Ordinális adatok (pl. Likert-skála pontszámai), ha parametrikusan értelmezhetőek.
- Nem normális eloszlású adatok, ha a reziduálisok eloszlása normális.
- Üres cellák (pl. nincs minden faktorkombinációra adat, néhány kísérleti személy nem töltötte ki az utolsó oldalt a tesztlapon, stb.).
- Legfontosabb: nem kell cellaátlagokat számolni, így az egyénen belüli varianciát is figyelembe veszi.

A kevert modellek hátrányai

- Új, folyamatos fejlesztés alatt álló módszer.
- Kisszámú adatra nem megbízható (legalább 200 adatnak illik lennie).
- A modell nem tartalmaz szabadsági fokokat, ezért az eredmények nem feleltethetőek meg közvetlenül *p*-értékeknek.
- A modell nem minden esetben konvergál, azaz bizonyos függvényekre nem ad semmilyen eredményt.
- Módszertani káosz a felhasználói oldalon.

Előny és hátrány: antikonzervatív eljárás, azaz nagyobb eséllyel talál szignifikáns különbséget, mint a klasszikus módszerek, pl. ANOVA.

A konzervatív eljárásokba be van építve az 1-es típusú (α) hiba kiküszöbölése. Ez egynél több páronkénti összehasonlításnál fontos.

Leírások

Baayen, Harald (2008): Analyzing linguistic data. Cambridge: UP. http://www.sfs.uni-tuebingen.de/∼hbaayen/publications/baayenCUPstats.pdf

Field, Miles & Field (2012): Discovering statistics with R. London et al.: SAGE.

Winter, Bodo (2014): A very basic tutorial for performing linear mixed effects analyses (Tutorial 2) https://bodo-winter.net/tutorials.html

Winter, Bodo (2020). Statistics for linguists: An introduction using R. New York & London: Routledge.

Bodo Winter példája: alapfrekvencia az udvariasság függvényében, férfiaknál és nőknél.

Letölthető innen:
https://bodo-winter.net/tutorials.html

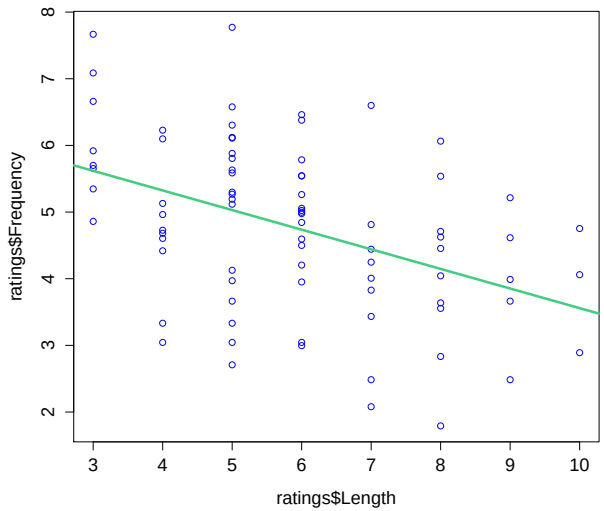
dataset for tutorial 2

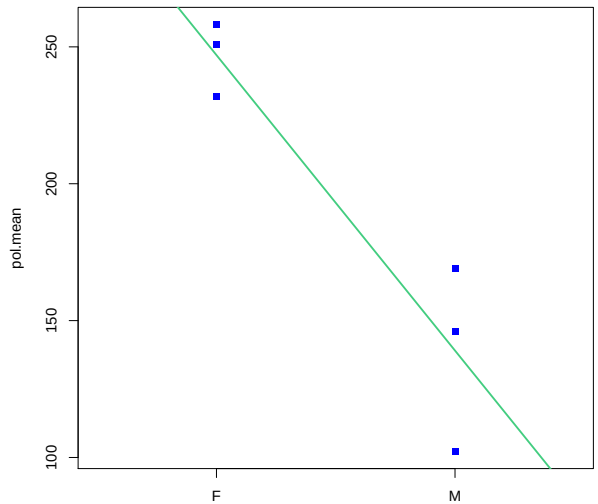
Betöltés legegyszerűbb `read.csv` függvénnyel, mert ott a vessző az alapértelmezett cellaelválasztó jel.

Figyelem! A nem Mac-felhasználóknak gondjai lehetnek a betöltéssel a Mac-specifikus sortörésjelek miatt (ez a Windows és a Linux txt-formátuma között is jelenthet gondot).

Megoldás: megnyitás szövegmegjelenítővel (notepad++, gedit vagy más), és mentés a ti OP-rendszeretek kódolása szerinti formátumban. Vagy letöltés innen:
https://phon.nytud.hu/mady/courses/statistics/materials/politeness.RData

Metszéspont jelentősége a lineáris modellekben: lineáris regresszió





Lineáris regresszió: metszéspont azonos a faktoronkénti átlaggal, estimate a másik csoport(ok) átlagával.

```
h = lm(frequency~gender,pol)
summary(h)
```

```
             Estimate
(Intercept)   246.986
genderM      -108.110
```

Az Intercept értéke a default (nulladik, az ábécé szerint első) faktorszint átlaga, a genderM a M(ale) szint ehhez képest mért különbségét jelenti. A nők (genderF) átlagos alapfrekvenciájához képest a férfiaké $\sim$ 108 Hertz-cel alacsonyabb. Ez megegyezik a két csoport átlagai közötti egyenes meredekségével.

A kevert modellekben minden egyes random hatásként definiált egységre külön metszéspontot lehet számolni (de nem muszáj). A lineáris regresszióval szemben, ahol az ϵ nem játszott szerepet a modellben, itt a fix és random hatások keverékéből áll össze a modell.

Lineáris regresszió: frequency $\sim$ gender $+ \epsilon$

Kevert modell: frequency $\sim$ gender $+ (1|\text{subject}) + \epsilon$
Itt a hiba az egyes személyeken belüli varianciára vonatkozik.
1: intercept számítása. Ha (0|subject): csak meredekség.

Több független változó és random hatás esetén:
frequency $\sim$ gender $+$ attitude $+ (1|\text{subject}) + (1|\text{scenario}) + \epsilon$

Modell előnyei: (1) a cellánkénti varianciát is figyelembe veszi, szemben a cellaátlagot elváró (M)ANOVÁ-val, (2) több random hatás is integrálható egy modellbe (RM ANOVÁ-ban csak egy).

Eljárás

Fix hatások (*fixed effects*): független változók.
Random vagy véletlen hatások (*random effects*): belső tényezők (*within-subject factors*).
Eljárás: fix hatások szembeállítása, feltételezés: véletlen hatások varianciája ismeretlen.

`lme4` csomag letöltése: `install.packages("lme4")`
betöltés: `library(lme4)`.

képlet:
függővváltozó $\sim$ függetlenváltozó $+$ randomhatás $+ \epsilon$
ahol ϵ az *error*, hiba terminus a nem ellenőrizhető varianciára.

```
modell = lmer(fuggovaltozo ~ fuggetlenvaltozo +
(1|randomhatas), data=adatmatrix)
```

Random hatás nélkül nem működik a modell! Hiszen azért kevert, mert van benne fix és random hatás.

```
pol.mod = lmer(frequency ~
attitude+(1|subject)+(1|scenario),pol)
```
Random effects: hatásokon belüli variancia és szórás
Residual: egyik random hatás által sem magyarázott variabilitás.

Fixed effects: estimate of intercept: *informal* (ABC-ben első) kategória f0-átlaga. *Polite* kategóriáé ennél –19,695 Hertz-cel alacsonyabb → meredekség (*slope*).
t-érték: átlag/standard hiba

```
pol.mod = lmer(frequency ~
attitude+gender+(1|subject)+(1|scenario),pol)
```
Estimate of intercept: a nők f0-ja informális stílusban (az ábécében elöl álló kategóriák).

Döntés a hipotézisről

Ha szignifikanciahatár $p = 0.05$, és a hipotézis kétoldalú (nem tudjuk, hogy a különbség pozitív vagy negatív lesz), a $p = 0.025$ valószínűségi szinthez tartozó t értékre van szükségünk.

De: honnan tudjuk a szabadsági fokot? Sehonnan ☹

Sokféle megoldást használnak. Két egyszerű eljárás:

Adott szabadsági fokhoz tartozó t-érték magasabb szabadsági fok esetén már alig változik. Megoldás: szabadsági fokot 60-nak vesszük, itt $t = 2$. Tehát 2-nél nagyobb t-érték fölött szignifikánsnak tekintjük a különbséget.

Valószínűségek szimulálása Monte-Carlo modellel vagy `Anova` függvénnyel a `car` csomagból.

```
Anova(pol.mod)
```

Kimenet: varianciaanalízishez hasonló táblázat (summary(aov)).

A modell együtthatói

Az itt használt modell az úgynevezett random konstans (*random intercept*) modell. Azt feltételezi, hogy a random hatásokon belül a metszéspontok (konstans, intercept) eltérnek, viszont a másik kondícióhoz képest a különbség azonos.

`coef(modell)`
Az egyes random hatásokhoz tartozó elemek metszéspontja (beszélő és szcenárió).

`ranef(modell)`
Az átlagtól való eltérések a random hatások elemeiként, ha az átlagot 0-nak vesszük.

(2) Modellek összevetése
Fix és random hatásokra egyaránt alkalmazható. Ha a bonyolultabb és az egyszerűbb modell nem különbözik szignifikánsan, akkor a plusz faktornak nincs hatása, elhagyható a modellből.
Példa Winter nyomán: felfutok egy hegyre adott idő alatt. Van nálam két liter víz és egy elemlámpa. Felfutok egy hegyre ezek nélkül, és látom, hogy így gyorsabb vagyok. Tesztelni akarom, hogy a vizesüveg vagy az elemlámpa miatt voltam lassabb.

Lemérem a vízzel és elemlámpával futott időmet, majd eldobom az elemlámpát, és így is felfutok. Ha lámpa nélkül gyorsabb vagyok, a lámpa volt a ludas. Mivel még nem fáradtam el, a víz nélkül is felfutok, és megnézem, így is szignifikánsan gyorsul-e a tempóm.

Az udvariassági adatokra lefordítva:

```
pol.null = lmer(frequency ~
gender+(1|subject)+(1|scenario),pol, REML=F)
pol.mod = lmer(frequency ~
attitude+gender+(1|subject)+(1|scenario),pol,REML=F)
```

A két modell összehasonlítása:

```
anova(pol.null, pol.mod)
```

χ^2-érték és hozzá tartozó *p*-érték.

Másik irányadó érték: AIC (Akaike's Information Criterion). Ha a két AIC-érték között kettőnél nagyobb a különbség, akkor a modellek szignifikánsan különböznek, vagyis a komplexebb modell jobb becslést ad.

Interakció tesztelése: interakció nélküli és interakciós modell összehasonlítása: `attitude+gender` és `attitude*gender`.

Maximum Likelihood (LM): az a paraméterbecslés, amelyik mellett a megfigyelt adatok valószínűsége a legnagyobb. Figyelembe veszi a modellben jelen levő varianciát is.

Restricted Maximum Likelihood (REML): érzékenyebb a variancia paramétereire, mint a fix hatásokra.

Az `lmer` függvény alapbeállítása `REML = TRUE`. Fontos: a fix hatások összehasonlításánál az REML = F beállítást kell használni, mert ezekre pontosabb becslést ad.

Ha a random hatásokat akarjuk összehasonlítani (pl. elhagyható-e a szcenárió a modellből), akkor viszont REML = T a megfelelő beállítás, ami a függvény default paramétere.

Modell együtthatóinak elemzése

```
pol.mod =
lmer(frequency~attitude+gender+(1|subject)+
(1|scenario),pol,REML=F)
coef(pol.mod)
```

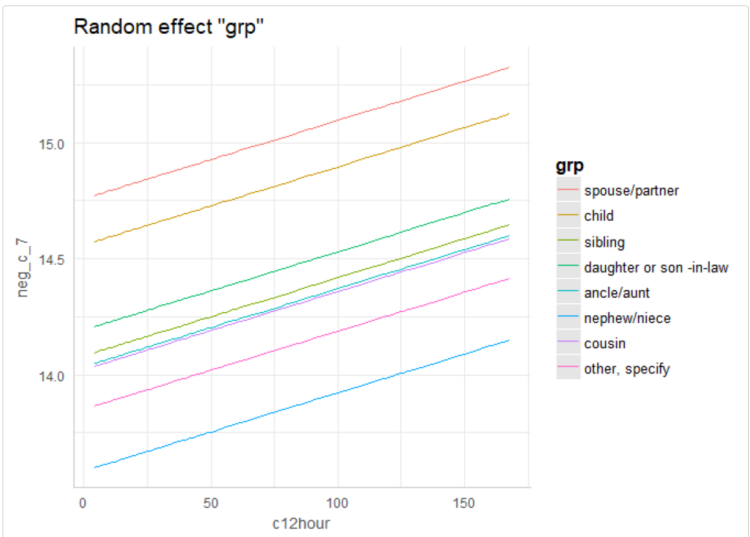
Metszéspont minden személyre és minden szcenárióra (itemre) különböző, de a meredekségek egyformák, vagyis azt feltételezzük, hogy a stílus hatása minden személyre és minden itemre azonos – random konstans vagy *random intercept* modell.

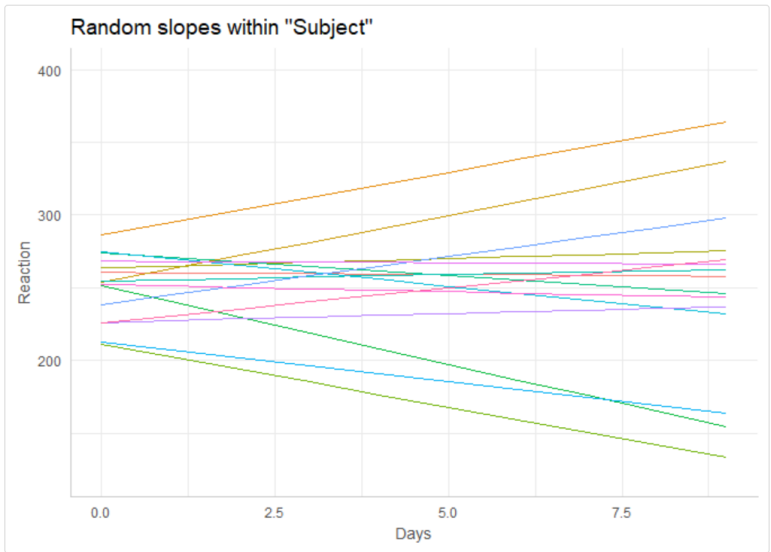
DE: nem biztos, hogy minden random egyedre igaz, hogy egyformán viselkedik a különböző kondíciókban. Sőt, előfordulhatnak ellentétes irányú tendenciák is.

Random slope (random meredekség) modellek

A bal oldali ábrán abból indulunk ki, hogy minden beszélőcsoport egyformán reagál a különböző kondíciókra.

A jobb oldali ábra a résztvevőkre egyenként kiszámolja a metszéspontot (intercept, konstans), és az eltelt napok alatti változás irányát (pozitív-negatív) és meredekségét is.





Random slope beépítése a modellbe:
`(1+fixhatás|randomhatás)`

Példánkban:

```
pol.sl =
lmer(frequency~attitude+gender+(1+attitude|subject)
+(1+attitude|scenario),pol,REML=F)
```

Azaz: a modell különböző default-értékekből (intercept) ÉS az attitűd függvényében különböző válaszadási tendenciákat tesz lehetővé beszélőnként és szcenáriónként.

`coef(pol.sl)`: az attitude fix hatásra mindkét random hatásban megkapjuk a random intercepteket és a random slope-okat.

`attitudepol` értékei mindig negatívak, vagyis udvarias stílusban minden személynél és minden item esetén alacsonyabb az alapfrekvencia.

Van értelme mindkét random hatást megtartani, és mindkettőre random meredekséget számolni, vagy egyszerűsíthető a modell?

Modellszelekció

Sok eljárás van, most csak az `anova()` függvényt nézzük meg. Teszteljük a random hatásokat a `REML=T` beállítást. Egyszerűsítsük a modellt lépésenként a meredekség, majd a szcenárió elhagyásával, és hasonlítsuk össze a különböző modelleket az `anova()` függvénnyel.

Ha a modellek nem különböznek szignifikánsan, tartsuk meg az egyszerűbb modellt.

A legjobb modellünk a meredekségek nélküli random intercept lesz, mindkét random hatás megtartásával. Ez az egyetlen modell, ahol nem kapunk boundary (singular) fit figyelmeztetést.

Reziduálisok

Reziduálisok: a lineáris regresszióval modellezett értékek és a valójában megfigyelt értékek közötti eltérés. Ez a `summary(pol.sl3)` kimenetében a random hatásoknál a Residuals sorban látszik (variancia és szórás).

A modellállítás feltétele, hogy ezek eloszlása normális legyen. Ellenőrzés:

`plot(pol.sl3)`
Egyenletes eloszlást várunk az x tengely mentén, ne legyenek benne mintázatok.

A lineáris modellre leképezés:
`qqline(resid(pol.sl3))`
qqnorm(resid(pol.sl3))

Kilógó értékek ellenőrzése, esetleg elhagyása.

Hatásnagyság

A legjobb modell jelzi a fix hatások és esetleges interakciójuk szignifikáns hatását. DE: mennyire megbízható ez az eredmény?

Marginális és kondicionális r^2 adja meg a determinációs együtthatót. Azaz: az adatok hány százalékban magyarázhatók a fix hatások által kiváltott válaszokkal?

Marginális hatás: csak a fix hatások magyarázó ereje, kondicionális hatás: a fix és random hatások magyarázó ereje.

MuMIn csomag telepítése (Multi-Model Inference)

```
r.squaredGLMM(pol.sl3)
```

R2m: 0.7087127, R2c: 0.8525997. Vagyis a nem és attitűd fix hatás önmagában 70%-ban magyarázza a megfigyelt értékek variabilitását, ami igen jó eredmény.

Feladat: az accdur.RData fájl újraelemzése.

Találjuk meg a maximálisan lehetséges és szükséges komplexitású lineáris kevert modellt random intercept és random slope modell alkalmazása esetén. Milyen különbségeket találunk?