

Varianciaanálisis

Varianciaanalízis (analysis of variance, ANOVA)

Kérdések: (1) van-e különbség a csoportok között (t -próba általánosítása), (2) van-e hatása a vizsgált tényezőnek (regressziószámítás: magyarázó változók hatása a függő változóra).

- ▶ **Egy- vs. többtényezős:** ha egy független változó van, egytényezős, ha n , n -tényezős.
- ▶ **Független mintás vs. ismételt mérések:** ha az adatok különböző elemeken végzett mérésekből származnak (pl. magyar, cseh és angol beszélők), független mintánk van, ha egyazon adatközlőtől többféle adat származik, ismételt mérések dizájnunk van.
- ▶ **Egy- vs. többváltozós:** a függő változók száma. Az ANOVÁ-ban alapértelmezetten egy függő változó van, a MANOVÁ-ban (multivariate ANOVA) legalább kettő.

Alkalmazási területek

- ▶ Egy adott kezelés különböző változatainak hatása a kontrollcsoporthoz képest (pl. magasabb dózis, alacsonyabb dózis, placebo).
- ▶ Többféle módszer hatékonysága egymáshoz és a kontrollcsoporthoz képest.
- ▶ Nominális független változók által kiváltott hatás (pl. különböző szemantikai kategóriák hatása a reakcióidőre).

Feltételek

- ▶ Egyes csoportokon belül normális eloszlás és
- ▶ azonos szórás (varianciák homogenitása),
- ▶ megfigyelések egymástól való függetlensége (szfericitás).

A normális eloszlás feltételének megsértését nem szokás sarkalatos problémának tekinteni, mert (1) 30 fölötti elemszám általában normális eloszlású, (2) 10–20 elemnél nem nagy az eltérés, (3) 10-nél kisebb elem esetén nincs igazán értelme eloszlásról beszélni.

DE: ez számos nyelvészeti kísérletnél nem igaz. Pl. helyességi ítéleteknél a kontroll itemek, pl. amik egyértelműen helyesek vagy helytelenek.

A varianciák homogenitása és a megfigyelések egymástól való függetlensége (szfericitás) viszont alapvető, különben az eredmények nem megbízhatóak.

Egytényezős varianciaanalízis

Eljárás: az összes variancia felosztása a faktorok kombinációjából adódó csoportok **közötti** és a csoportokon **belüli** varianciára (innen az elnevezés).

1. csoporton belül: minden egyes csoport varianciája \rightarrow ezek átlaga,
2. csoportok között: minden egyes csoport átlagának varianciája \rightarrow véletlen hiba varianciabecslése = regressziószámítás reziduális varianciája,
3. döntés: ha a **csoportok közötti** variancia nagyobb, mint a **csoportokon belüli** variancia, akkor a tényezőnek (független változónak) van hatása.

Varianciatábla

Variancia eredete <i>source</i>	Szabadsági fok <i>df</i>	Eltérés- négyzetösszeg <i>Sum Sq</i>	Átlagos eltérés- négyzetösszeg <i>Mean Sq</i>	<i>F</i>	<i>p</i>
Kezelések közötti <i>between</i>	$k - 1$	SS_K	$MS_K = \frac{SS_K}{k-1}$	$F = \frac{MS_K}{MS_H}$	<i>p</i>
Kezelésen belüli <i>within</i>	$k(n - 1)$	SS_H	$MS_H = \frac{SS_H}{k(n-1)}$		
Teljes <i>total</i>	$nk - 1$	SS_T	$MS_T = \frac{SS_T}{nk-1}$		

SS_H = reziduális hiba a regressziószámítás alapján

Példa

Reiczigel, Harnos & Solymosi, 316. o.: Tápoldat hatékonyságának tesztelése növények növekedésére. Eljárás: növények öntözése tömény, ill. híg tápoldattal, kontroll: víz. Kérdés: serkenthető-e a növények növekedése a tápoldat segítségével?

R-kód:

```
magassag = c(56,48,66,54,57,50,47,58,54,46,60,48)
tapoldat = rep(c("tomeny","hig","viz"),each=4)
novtap = data.frame(magassag,tapoldat)
```

`rep()`: tápoldat típusának ismétlése: opciók: `times=4` (teljes sor ismétlése négyszer), `each=4` (minden egyes elem ismétlése négyszer).

Az adatmátrixot a `data.frame()` paranccsal hozzuk létre, hogy eltérő típusú vektorokat adhassunk meg. A karakterváltozókat a függvény faktorral alakítja.

Varianciaelemzés az R-ben

Normális eloszlás tesztelése:

```
tapply(novtap$magassag,novtap$tapoldat,shapiro.test)
```

`tapply()`: függő változó kiszámítása független változó összes faktorszintjére a megadott függvény szerint, azaz

```
tapply(függőváltozó,függetlenváltozó(k),függvény).
```

Mindhárom csoport normális eloszlású.

Varianciák homogenitásának ellenőrzése:

```
bartlett.test(novtap$magassag,novtap$tapoldat):
```

varianciák azonosak.

NB: Bartlett-próba kettőnél több próba összehasonlítására is alkalmazható, de csak normális eloszlás esetén \leftrightarrow `var.test()` (F-próba) csak két mintát tud összehasonlítani. Ha több, nem normális eloszlású próba: `levene.test()` a `car` könyvtárból.

Varianciaanalízis két függvény alapján:

`aov()`

`lm()`

Különbség: `aov()` csak azonos elemszámú cellák (kiegyensúlyozott elrendezés) esetén alkalmazható. Eltérő csoportelemszámok esetén `lm()` (indoklás Reiczigel et al., 375ff.).

```
h = aov(magassag~tapoldat,data=novtap)
```

Varianciaanalízis két függvény alapján:

`aov()`

`lm()`

Különbség: `aov()` csak azonos elemszámú cellák (kiegyensúlyozott elrendezés) esetén alkalmazható. Eltérő csoportelemszámok esetén `lm()` (indoklás Reiczigel et al., 375ff.).

```
h = aov(magassag~tapoldat, data=novtap)
summary(h).
```

A táblázat elrendezése megegyezik a 6. diával.

Kapott F-érték az adott szabadságfokokra nem mutat szignifikáns eltérést a kezelések közötti és kezeléseken belüli átlagos eltérés-négyzetösszegek között \Rightarrow tápoldat alkalmazása nincs hatással a növekedésre.

Igaz ez a víz és a tömény oldat összehasonlítására is?

Post hoc-tesztek

Probléma: az összehasonlítások nagy számával nő az α -hiba lehetősége, azaz annak a valószínűsége, hogy hibás szignifikáns p -értéket kapunk.

Módszerek:

- ▶ Páronkénti összehasonlítás t -próbákkal, majd a **Bonferroni-korrektúra** alkalmazása: szignifikancia-határ = konfidenciaintervallum/összes lehetséges párosítás. Hátrány: nagy számú kombináció esetén nagyon nehéz szignifikáns különbséget kimutatni.
- ▶ **Tukey-féle** /tu:ki/ post-hoc teszt: csak a független mintás varianciaanalízisre alkalmazható, az ismételt mérésesre nem.
- ▶ **Dunnett-próba**: általánosabb alkalmazhatóság.

Post hoc-tesztek

1. Tukey-féle post hoc-teszt bemenete az `aov()` kimeneteként kapott objektum:

```
h = aov(novtap$magassag~novtap$tapoldat)
```

```
TukeyHSD(h)
```

Post hoc-tesztek

1. Tukey-féle post hoc-teszt bemenete az `aov()` kimeneteként kapott objektum:

```
h = aov(novtap$magassag~novtap$tapoldat)
TukeyHSD(h)
```

Egyik párosítás sem különbözik szignifikánsan.

2. *t*-próba Bonferroni-korrekktúrával

Pl. víz és tömény oldat összehasonlítása. Lehetséges kombinációk száma 3, tehát a konfidencia-intervallum határa Bonferroni-korrekktúra után $0,005/3 = 0,0167$.

```
hig = novtap$tapoldat == "hig"
t.test(novtap$magassag[!hig]~novtap$tapoldat[!hig])
```

Post hoc-tesztek

1. Tukey-féle post hoc-teszt bemenete az `aov()` kimeneteként kapott objektum:

```
h = aov(novtap$magassag~novtap$tapoldat)
TukeyHSD(h)
```

Egyik párosítás sem különbözik szignifikánsan.

2. *t*-próba Bonferroni-korrekcióval

Pl. víz és tömény oldat összehasonlítása. Lehetséges kombinációk száma 3, tehát a konfidencia-intervallum határa Bonferroni-korrekció után $0,005/3 = 0,0167$.

```
hig = novtap$tapoldat == "hig"
t.test(novtap$magassag[!hig]~novtap$tapoldat[!hig])
```

$p = 0.4462$, azaz a különbség messze nem szignifikáns.

Többszörös varianciaanalízis

Két vagy több független változó hatása a függő változóra.

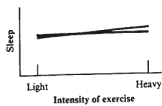
Nullhipotézisek: (1) Első tényező (független változó) nincs hatással a függő változóra. (2) Második tényező nincs hatással a függő változóra. (3) Két tényező nincs egymásra hatással, nincs közöttük interakció.

Eljárás: először a két független változó közötti interakciót teszteljük, majd ezek hatását külön-külön.

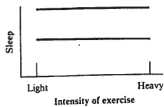
Interaction

— Morning
— Evening

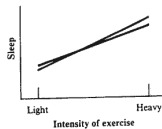
(a) No significant effects



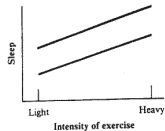
(b) Significant time of day effect;
no other effects



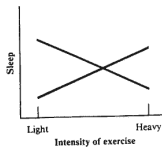
(c) Significant intensity of exercise effect;
no other effect



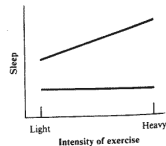
(d) Significant intensity of exercise
and time of day effects; no
interaction effect



(e) Significant interaction effect;
no other effects



(f) Significant time of day and
interaction effects; no other
effects



R-kód

Újabb növényeket öntözünk meg tápoldattal és vízzel, de most növényenként két eltérő fajtát tesztelünk.

novtap2.RData itt:

<http://clara.nytud.hu/~mady/courses/statistics/materials/>

```
h = aov(magassag~tapoldat*fajta,data=novtap2)
summary(h)
```

R-kód

Újabb növényeket öntözünk meg tápoldattal és vízzel, de most növényenként két eltérő fajtát tesztelünk.

novtap2.RData itt:

<http://clara.nytud.hu/~mady/courses/statistics/materials/>

```
h = aov(magassag~tapoldat*fajta,data=novtap2)
summary(h)
```

Tápoldat típusa és fajta nincs hatással egymásra, tehát nincs interakció a két független változó között.

```
h = aov(magassag~tapoldat+fajta,data=novtap2)
summary(h)
```

Egyes p -értékek így még kisebbek.

Értékelés

Döntés H_1 javára: az alkalmazott tápoldat mindkét növényfajta esetében szignifikánsan nagyobb növekedést okoz.

Kérdés: elég-e a két fajta esetében híg tápoldatot alkalmazni a szignifikáns növekedés kiváltásához?

Értékelés

Döntés H_1 javára: az alkalmazott tápoldat mindkét növényfajta esetében szignifikánsan nagyobb növekedést okoz.

Kérdés: elég-e a két fajta esetében híg tápoldatot alkalmazni a szignifikáns növekedés kiváltásához?

Eljárás: 1-es és 2-es fajtára a víz és híg oldat p -értékének összehasonlítása Tukey-féle post hoc-teszttel (az összes kombinációt csak az interakciót feltételező modellel kapjuk meg).

```
h = aov(magassag~tapoldata*fajta,data=novtap2)
```

```
TukeyHSD(h)
```

Értékelés

Döntés H_1 javára: az alkalmazott tápoldat mindkét növényfajta esetében szignifikánsan nagyobb növekedést okoz.

Kérdés: elég-e a két fajta esetében híg tápoldatot alkalmazni a szignifikáns növekedés kiváltásához?

Eljárás: 1-es és 2-es fajtára a víz és híg oldat p -értékének összehasonlítása Tukey-féle post hoc-teszttel (az összes kombinációt csak az interakciót feltételező modellel kapjuk meg).

```
h = aov(magassag~tapoldat*fajta,data=novtap2)
```

```
TukeyHSD(h)
```

	p adj
viz:1-hig:1	0.0181639
viz:2-hig:2	0.0005648

A híg oldat szignifikánsan nagyobb növekedést eredményez mindkét fajta esetében, a tömény és a híg oldat között viszont nem szignifikáns a különbség.

További feladat

ml_vow.RData alapján (letölthető:
clara.nytud.hu/~mady/courses/statistics/materials).

Igaz-e az, hogy a felső nyelvállású magánhangzók rövidebbek, mint a középső és alsó nyelvállásúak? (Szükséges oszlopok: dur, hgt.)

Hatással van-e a tartamra a környező mássalhangzó zöngéssége (voi), a magánhangzó-hosszúság (quan), és a magánhangzó minősége (qual)? Melyik tulajdonságok vannak interakcióban egymással?

Az adatok elemzése előtt érdemes a viszonyokat boxplotokon is megvizsgálni.