

Nemparametrikus tesztek

Nemparametrikus tesztek

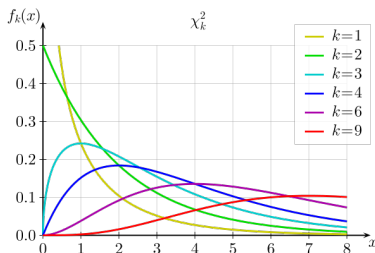
Alkalmazásuk:

- ▶ nominális adatok (gyakoriságok) esetén,
- ▶ ordinális adatok esetén,
- ▶ metrikus adatok esetén (intervallum- és arányskála), ha nem normális eloszlásúak, vagy ha a varianciahomogenitás feltétele nem teljesül (például kettőnél több minta összehasonlítása esetén).

χ^2 -próba (khí-négyzet próba)

Az eloszlások azonosságának próbája gyakoriságok esetén. Egy minta esetén az **egyenletes** eloszlás meglétét feltételezi (lásd kockával dobálás). Két mintához tartozó gyakoriságoknál az eloszlások **azonosságát** teszteli. Ha **nem** teljesül az azonosság feltétele, a χ^2 értéke alapján a valószínűség $p < 0,05$, vagyis elutasíthatjuk az azonosság nullhipotézisét.

A khí-eloszlás, hasonlóan a t -eloszláshoz, függ a szabadsági fokoktól. Minél nagyobb a mintaméret, annál könnyebb alacsony p -értéket kapni.



Egymintás χ^2 -próba

Egy minta: khí-négyzet-próba eloszlásvizsgálatra. Megfigyelések gyakoriságát összehasonlítjuk az egyenletes eloszlás esetén várt gyakorisággal, azaz n/k -val (minden kategóriában azonosak a gyakoriságok).

Például: igaz-e, hogy májusban szignifikánsan több gyerek születik, mint máskor? 100 fős minta esetén **megfigyelt** gyakoriságok és **várt** gyakoriságok száma:

	jan	feb	már	ápr	máj	jún	júl	aug	szept	okt	nov	dec
megf.	8	9	10	4	14	7	9	10	6	9	8	6
várt	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3

Példa

Illeszkednek-e a megfigyelt gyakoriságok a várt gyakorisághoz, vagyis közelítőleg egyenlő eloszlást mutatnak-e?

```
szuletes = c(8,9,10,4,14,7,9,10,6,9,8,6)
```

```
chisq.test(szuletes)
```

Eredmény: $p = 0.6698$. Mivel $p > 0.05$, az egyenletes eloszláshoz való illeszkedés hipotézisét nem vetjük el. Akkor sem, ha májusban négyel több gyerek született, mint bármely más hónapban.

Ha $p < 0.05$, a megfigyelt gyakoriságok nem illeszkednek a várt gyakoriságokhoz, azaz legalább egy érték kilóg (pl. májusban 24 gyerek született).

Helyettesítsük a szuletes objektum 5. értékét 24-gyel:

```
szuletes[5] = 24
```

Eredmény?

χ^2 -próba két mintára

Khí-négyzet próba függetlenségvizsgálatra: függetlenek-e a gyakoriságok a nominális skála szintjeitől két eltérő csoportban? Itt a megfigyelt gyakoriságokat nem a várt gyakorisággal, hanem a másik minta eloszlásával hasonlítjuk össze.

Két paprikanövény fejlődését vizsgáljuk június elejétől. Megszámoljuk, hány termést hoznak egy-egy héten. Az egyik növényt az erkélyre tesszük, a másikat a konyhaablakba. Gyorsabban fejlődik-e valamelyik növény?

	1. hét	2. hét	3. hét
erkély	11	14	17
konyha	13	15	12

H_0 : az eloszlások függetlenek a nominális változó szintjeitől (a cserép helyétől), azaz a két növény egyformán jól fejlődik.

Példa

Táblázat létrehozása:

```
paprika = rbind(c(11, 14, 17), c(13, 15, 12))  
chisq.test(paprika)
```

$p = 0.602$: az eloszlás nominális változótól való függetlenségének hipotézisét nincs okunk elvetni. Az erkélyen lévő növény látszólagos gyorsabb fejlődése nem jelent szignifikáns különbséget.

A teszt szerint mindegy, hogy a paprikánkat az erkélyen vagy a konyhaablakban neveljük-e.

Fontos: a chí-négyzet próba csak nagy minták esetén megbízható. A **várt** cellagyakoriság egyenletes eloszlás esetén legalább 5 legyen. Ez nem vonatkozik a megfigyelt gyakoriságokra, ezek lehetnek 5-nél kisebbek.

Fisher-próba

Fisher's exact test: kontingenciatáblázatokra (táblázatos formába rendezett gyakoriságokra) alkalmazható. Mivel a konkrét gyakoriságokkal számol, nem egy matematikai eloszlásra illeszt, kisszámú adat esetén is megbízható.

Ha a kategóriánként egyenletes eloszlás esetén várt gyakoriságunk 5-nél kisebb, csak a Fisher-próbát alkalmazhatjuk.

Példa: idén nem paprikapalántát vettünk, hanem magról keltettük a paprikát. Ismét az erkélyen és a konyhaablakban próbálkozunk.

Az eredmény satnya. Kérdés: befolyásolja-e a hely a növény fejlődését?

```
paprika2 = rbind(c(1, 2, 4), c(3, 4, 2))  
fisher.test(paprika2)
```

$p = 0.5455$: a fejlődés mértéke itt is független attól, bent vagy kint tartjuk-e a paprikánkat.

Rangpróbák

Alapgondolat: a statisztikát a megfigyelt értékek sorrendjéből számoljuk ki, hasonlóan a Spearman-féle ρ és Kendall-féle τ korrelációs együtthatókhoz.

Felhasználásuk:

- ▶ ordinális függő változó esetén,
- ▶ nem normális eloszlású metrikus függő változó esetén.

Feltétel: unimodális eloszlás és a minták összehasonlíthatósága, azaz a sűrűségfüggvények azonos alakja (pl. mindkettő balra ferde, vagyis az átlagnál kisebb értékből több van), ezáltal a szórások azonossága. NB: az eloszlások hasonlóságát nem szokás szigorúan venni, de ha az eloszlás bimodális, nem valószínű, hogy egyetlen populációhoz tartoznak az adataink.

Rangpróbák klasszikus esete: pontozás

Likert-skála pontszámok alapján:

Mennyire ért egyet a következő állítással? Adjon meg egy pontszámot.

Lehetőségek:

csak a két végpont van megadva:

1: *egyáltalán nem értek egyet*, **5:** *teljes mértékben egyetértek*

minden pontszámhoz tartozik egy megfogalmazás:

1: *nem értek egyet*, **2:** *nem tudom*, **3:** *egyetértek*

Ha a skála pontjai nem ekvidisztánsak, vagyis a skála egyes értékei közötti különbség nem feltétlenül azonos, akkor ordinális skálával van dolgunk, és nemparametrikus tesztet alkalmazunk.

Ha nem vagyunk biztosak a skála jellegében, akkor az alacsonyabb rendű ordinális skála besorolást választjuk.

Próbák típusai

Próbák:

- ▶ Mann-Whitney-próba, U-próba: a független mintás t-próba megfelelője: két ordinális vagy nem normális eloszlású független minta.
- ▶ Wilcoxon-próba: az egymintás t-próba és a páros t-próba megfelelője: egy ordinális vagy nem normális eloszlású minta ismert mediánnal való összehasonlítása vagy két páros (ismételt mérések) minta.
- ▶ Kruskal-Wallis-próba, H-próba: kettőnél több ordinális vagy nem normális eloszlású független minta (parametrikus megfelelője a kettőnél több mintát összehasonlító varianciaanalízis).

R-függvények:

Mann-Whitney és Wilcoxon-próba: `wilcox.test(paired=F vagy paired=T)`.

Kruskal-Wallis-próba: `kruskal.test()`.

Példa: Mann-Whitney-próba

Hatékony-e egy tesztelt vaskészítmény a vérszegénység ellen? Az adatok a kezelés (szer és placebo) utáni hemoglobinszintet mutatják.

```
kezelt = c(9.1, 10.3, 11.0, 11.5, 11.9, 9.5, 10.6,  
9.3, 11.0, 9.8)
```

```
kontroll = c(8.1, 8.4, 9.2, 9.4, 8.8, 9.8, 8.2, 10.3,  
9.5)
```

```
wilcox.test(kezelt,kontroll)
```

$p = 0.011$, azaz a nullhipotézist elvetjük, a kezelt csoport hemoglobinszintje szignifikánsan magasabb.

Példa: Wilcoxon-próba

Mennyire elfogadható a *baleknak*, ill. *baleknek* alak hátsó, illetve első magánhangzós toldalékkal? Egy 1-től 5-ig terjedő skálán kell értékelni, 1: egyáltalán nem elfogadható, 5: teljesen elfogadható. Tíz megkérdezett pontszámai:

```
hatsom = c(5,5,5,5,4,5,5,5,4,5)
elsom  = c(1,3,5,4,2,3,2,4,5,2).
```

Itt a tíz megkérdezett mindkét alakot értékelte, ezért a páros Wilcoxon-próbát alkalmazzuk:

```
wilcox.test(hatsom,elsom,paired=T)
```

$p = 0.017$, a nullhipotézist, a minták rangsorának azonosságát elvetjük, és az ítéleteket különbözőnek tekintjük.

Példa: Kruskal-Wallis-próba

Magyar felső, középső és alsó nyelvvállású magánhangzók tartamait (ú, ó, á) hasonlítjuk össze.

```
load(url("http://phon.nytud.hu/mady/courses/statistics/  
materials/longvow.RData"))
```

Ellenőrizzük, hogy a három magánhangzócsoporthoz normális eloszlást mutatnak-e. A három különböző magánhangzóra a tesztet egyetlen függvénnyel le tudjuk futtatni:

```
tapply(longvow$dur, longvow$vowel, shapiro.test)
```

p /u:/-ra és /a:/-ra $p < 0.05$, tehát nem teljesül a normális eloszlás feltétele.

```
kruskal.test(longvow$dur ~ longvow$vowel)
```

p értéke jóval 0,000001 alatt van, tehát a különbség szignifikáns.

Feladat

Elemezzük az évszakok objektumban tárolt pontszámokat a következő lépésekben:

1. Hozzunk létre egy tavasz nevű logikai vektort azokra a sorokra, ahol az évszak oszlopban "T" szerepel.
2. Ábrázoljuk oszlopdiagramon a tavaszra és az őszre adott pontszámokat külön-külön a [tavasz] és a [!tavasz] szűrők alkalmazásával. Igaz-e, hogy a két eloszlás unimodális, azaz egy módusza van, és hogy az eloszlások közelítőleg azonosak?
3. Mivel tudjuk, hogy a pontszámok nem mutatnak normális eloszlást, a két évszakra adott pontszámokra alkalmazuk a nemparametrikus Mann-Whitney-próbát. Mekkora p értéke? Szignifikáns az eltérés?