Nemparametrikus tesztek

Nemparametrikus tesztek

Alkalmazásuk:

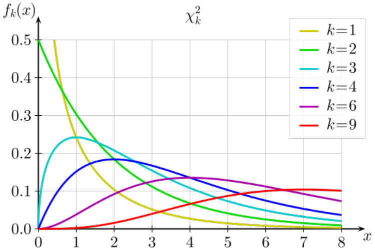
- nominális adatok (gyakoriságok) esetén,
- ordinális adatok esetén,
- metrikus adatok esetén (intervallum és arányskála), ha nem normális eloszlásúak, vagy ha a varianciahomogenitás feltétele nem teljesül (ez a varianciaanalízisnél fontos, ahol kettőnél több mintát hasonlítunk össze).

Az ún. Likert-skála (pl. természetességi ítéletek 1–5-ig terjedő skálán) megítélése nem egyöntetű: egyesek szerint ordinális, mások szerint metrikusnak is tekinthető. Feltétel: ekvidisztáns legyen, vagyis a skála egyes értékei közötti különbség mindenhol azonos legyen. Pl. csak a két végpont legyen megadva *1: soha nem mondanék ilyet, 5: teljesen természetes*. Ellenpélda: *1: helytelen, 2: nem tudom, 3: helyes*.

χ^2-próba (khí-négyzet próba)

Az eloszlások azonosságának próbája gyakoriságok esetén. Egy minta esetén az egyenletes eloszlás meglétét feltételezi (lásd kockával dobálás). Két mintához tartozó gyakoriságoknál az eloszlások azonosságát teszteli. Ha nem teljesül az azonosság feltétele, a χ^2 értéke alapján a valószínűség $p < 0,05$.

A khí-eloszlás, hasonlóan a t-eloszláshoz, függ a szabadsági fokoktól. Minél nagyobb a mintaméret, annál könnyebb alacsony p-értéket kapni.



Egy mintás χ^2-próba

Egy minta: khí-négyzet-próba eloszlásvizsgálatra. Megfigyelések gyakoriságát összehasonlítjuk az egyenletes eloszlás esetén várt gyakorisággal, azaz n/k-val (minden kategóriában azonosak a gyakoriságok).

Például: igaz-e, hogy májusban szignifikánsan több gyerek születik, mint máskor? 100 fős minta esetén megfigyelt gyakoriságok és várt gyakoriságok száma:

	jan	feb	már	ápr	máj	jún	júl	aug	szept	okt	nov	dec
megf.	8	9	10	4	14	7	9	10	6	9	8	6
várt	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3

Példa

Illeszkednek-e a megfigyelt gyakoriságok a várt gyakorisághoz, vagyis közelítőleg egyenlő eloszlást mutatnak-e?

```
szuletes = c(8,9,10,4,14,7,9,10,6,9,8,6)

chisq.test(szuletes)
```

Eredmény: $p = 0.6698$. Mivel $p > 0.05$, az egyenlő eloszláshoz való illeszkedés hipotézisét nem vetjük el. Akkor sem, ha májusban legalább néggyel több gyerek született, mint bármely más hónapban.

Ha $p < 0.05$, a megfigyelt gyakoriságok nem illeszkednek a várt gyakoriságokhoz, azaz legalább egy érték kilóg (pl. májusban 20 gyerek született). Ellenőrzés: újabb teszt a kilógónak tűnő érték nélkül, vagyis 11 hónapra teszteljük az egyenlő eloszlás hipotézisét. Ha az nem szignifikáns, a kihagyott érték okozza az egyenlőtlenséget.

χ^2-próba két mintára

Khí-négyzet próba függetlenségvizsgálatra: függetlenek-e a gyakoriságok a nominális skála szintjeitől két eltérő csoportban? Itt a megfigyelt gyakoriságokat nem a várt gyakorisággal, hanem a másik mintával hasonlítjuk össze.

Két paprikanövény fejlődését vizsgáljuk június elejétől. Megszámoljuk, hány termést hoznak egy-egy héten. Az egyik növényt az erkélyre tesszük, a másikat a konyhaablakba. Gyorsabban fejlődik-e valamelyik növény?

	1. hét	2. hét	3. hét
erkély	11	14	17
konyha	13	15	12

H_0: az eloszlások függetlenek a nominális változó szintjeitől, azaz a két növény egyformán jól fejlődik.

Példa

```
paprika = cbind(c(11,13),c(14,15),c(17,12))
chisq.test(paprika)
```

$p = 0.1991$: az eloszlás nominális változótól való függetlenségének hipotézisét nincs okunk elvetni. A gyakoriságok tehát függetlenek a növénytől.

A teszt szerint mindegy, hogy a paprikánkat az erkélyen vagy a konyhaablakban neveljük-e a fejlődésük szempontjából.

Fontos: a khí-négyzet próba csak nagy minták esetén megbízható. Elvárt cellagyakoriság egyenlő eloszlás esetén legalább 5.

Fisher-próba

Fisher's exact test: kontingenciatáblázatokra (táblázatos formába rendezett gyakoriságokra) alkalmazható. Mivel a konkrét gyakoriságokkal számol, nem egy matematikai eloszlásra illeszt, kisszámú adat esetén is megbízható. Vagyis: ha nem igaz, hogy egyenletes eloszlás esetén cellánként legalább 5 előfordulást várunk, csak a Fisher-próbát alkalmazhatjuk.

Példa: idén nem paprikapalántát vettünk, hanem magról keltettük a paprikát. Ismét az erkélyen és a konyhaablakban próbálkozunk.

Az eredmény satnya. Kérdés: befolyásolja-e a hely a növény fejlődését?

```
paprika2 = cbind(c(1,3),c(2,4),c(4,2))
fisher.test(paprika2)
```

$p = 0.3471$: a fejlődés mértéke itt is független attól, bent vagy kint tartjuk a paprikánkat.

Rangpróbák (nemparaméteres próbák)

Alapgondolat: a próbastatisztikát nem a megfigyelt értékekből, hanem azok sorrendjéből számoljuk ki, hasonlóan a Spearman-féle ρ és Kendall-féle τ korrelációs együtthatókhoz.

Felhasználásuk:

- ordinális függő változó esetén,
- nem normális eloszlású metrikus függő változó esetén.

Feltétel: unimodális eloszlás és a minták összehasonlíthatósága, azaz a sűrűségfüggvények azonos alakja (pl. mindkettő balra ferde, vagyis az átlagnál kisebb értékből több van), ezáltal a szórások azonossága. NB: az eloszlások hasonlóságát nem szokás szigorúan venni, de ha az eloszlás bimodális, nem valószínű, hogy egyetlen populációhoz tartoznak az adataink.

Próbák típusai

Próbák:

- Mann-Whitney-próba, U-próba: a független mintás t-próba megfelelője: két ordinális vagy nem normális eloszlású független minta.
- Wilcoxon-próba: az egymintás t-próba és a páros t-próba megfelelője: egy ordinális vagy nem normális eloszlású minta ismert mediánnal való összehasonlítása vagy két páros (ismételt méréses) minta.
- Kruskal-Wallis-próba, H-próba: kettőnél több ordinális vagy nem normális eloszlású független minta (parametrikus megfelelője a kettőnél több mintát összehasonlító varianciaanalízis).

R-függvények:
Mann-Whitney és Wilcoxon-próba: `wilcox.test(paired=F vagy paired=T)`.
Kruskal-Wallis-próba: `kruskal.test()`.

Példa: Mann-Whitney-próba

Hatékony-e egy tesztelt vaskészítmény a vérszegénység ellen? Az adatok a kezelés (szer és placebó) utáni hemoglobinszintet mutatják.

```
kezelt = c(9.1, 10.3, 11.0, 11.5, 11.9, 9.5, 10.6,
9.3, 11.0, 9.8)
kontroll = c(8.1, 8.4, 9.2, 9.4, 8.8, 9.8, 8.2, 10.3,
9.5)
```

```
wilcox.test(kezelt,kontroll)
```

$p = 0.011$, azaz a nullhipotézist elvetjük, a kezelt csoport hemoglobinszintje szignifikánsan magasabb.

Példa: Wilcoxon-próba

Mennyire elfogadható a *baleknak*, ill. *baleknek* alak hátsó, illetve első magánhangzós toldalékkal? Egy 1-től 5-ig terjedő skálán kell értékelni, 1: egyáltalán nem elfogadható, 5: teljesen elfogadható. Tíz megkérdezett pontszámai:

```
hatsom = c(5,5,5,5,4,5,5,5,4,5)
elsom = c(1,3,5,4,2,3,2,4,5,2).
```

Itt a tíz megkérdezett mindkét alakot értékelte, ezért a páros Wilcoxon-próbát alkalmazzuk:

```
wilcox.test(hatsom,elsom,paired=T)
```

$p = 0.017$, a nullhipotézist, a minták rangsorának azonosságát elvetjük, és az ítéleteket különbözőnek tekintjük.

Példa: Kruskal-Wallis-próba

longvow.RData a
phon.nytud.hu/mady/courses/statistics/materials/ oldalról:

```
load(url("http://phon.nytud.hu/mady/courses/statistics/
materials/longvow.RData"))
```

Ellenőrizzük, hogy a felső, középső és alsó nyelvállású magánhangzók tartamai (*í, ó, á*) a három magánhangzócsoportban normális eloszlást mutatnak-e. A három különböző magánhangzóra a tesztet egyetlen függvénnyel le tudjuk futtatni:

```
tapply(fuggovaltozo,kategoriak,teszt)
tapply(longvow$dur,longvow$vowel,shapiro.test)
```

p /u:/-ra és /a:/-ra $p < 0.05$, tehát nem teljesül a normális eloszlás feltétele.

```
kruskal.test(longvow$dur~longvow$vowel)
```

p értéke jóval $0,000001$ alatt van, a különbség szignifikáns.